芸術科学会論文誌 Vol. 21, No. 2, pp. 77 – 86 (2022)

# ねじり折りに対するモジュールに基づく花紋スモッキングの組合せ

吉田哲也 1) (正会員)　　寻田美彩 1) (非会員)
1) 奈良女子大学

# Combinatorial Petaloid Smocking based on Module for Twist Folding

**Tetsuya Yoshida**1)　　**Misa Tada**1)
1) Nara Women's University

**概要**
布のねじり折りと縫い留めで造形する花紋スモッキングに対し，本稿ではねじり折りに対するモジュールに基づく花紋スモッキングの組合せを提案する．著者らは展開図の折り線への山谷の割当てを保存しながら花紋スモッキングを組み合わせる枠組みを提案したが，広範囲にわたる花紋スモッキングの展開図を作成することは容易ではないという課題があった．本稿では展開図の単位となるねじり折りに対するモジュールを定義し，モジュールの結合に基づく花紋スモッキングの組合せを提案する．モジュールに基づく展開図の幾何的な性質を示すとともに，モジュールを結合したユニットのタイリングを活用する枠組みも示す．これまで難しかった無限に拡がる展開図の作成も可能となり，布の広範囲にわたる花紋スモッキングを造形しやすくなると期待される．モジュールに基づく展開図を GeoGebra を用いて作図し，花紋スモッキングを施した服飾を制作して本稿のアプローチを検証した．

**Abstract**
Petaloid smocking is made of cloth by sewing and flattening pleats to create shapes over the surface. We have proposed a design framework for combinatorial petaloid smocking by preserving labels of folding lines in crease patterns. However, besides rather limited size of clothes, it was difficult to design flat foldable crease patterns for large size of clothes. This paper defines the module for twist folding and proposes to design the crease pattern of petaloid smocking by joining modules. We show geometric characteristics of the crease pattern based on modules, and suggest a design framework based on tiling of modules. By designing a crease pattern with GeoGebra, the proposed approach is validated through making clothes with petaloid smocking.

## 1 はじめに

型紙に従って布を裁断し，裁断した布を針と糸で縫いとめる被服制作では，布の表面に模様を造形するスモッキングと呼ばれる技法がある．この技法に対し，著者らは紙を素材とする折り紙における花紋折りに着目し，布の表面に造形する花弁のような形状をした模様と造形操作を花紋スモッキングと呼び，そのパターンを折り紙の展開図に基づいて生成する手法と組合せを提案した [1].

多角形をねじるようにして折る展開図を周期的に連結する折り紙は Origami Tessellation と呼ばれる [2]．平面のタイリングから縮小と回転の操作で展開図を作成する方法 [3, 4] があるが，展開図の多角形は必ずしも折った後に表面に造形されるとは限らない [5]．他方，著者らのアプローチは折り線への山谷の割当てを保存しながら展開図を組合せるため，展開図の多角形が表面の模様として造形されることが保証できる [1]．また，正多角形の貼り合わせを用いて造形できる形状を拡張した [6]．しかし，逐次的に展開図を作成するプロセスを示したものの，広範囲にわたり平坦な模様を造形できる展開図を作成することは容易ではないという課題があった．

布のねじり折りと縫い留めにより造形する花紋スモッキングに対して，本稿では展開図の単位となるねじり折りに対するモジュールを定義し，モジュールの結合に基づく花紋スモッキングの組合せを提案する．モジュールに基づく花紋スモッキングの展開図の幾何的な性質を示すとともに，モジュールを結合したユニットに平面を埋め尽くす操作であるタイリング [7, 8] を活用する枠組みを示す．これまで難しかった無限に拡がる花紋スモッキングも可能となり，広範囲にわたる布にも花紋スモッキングを造形しやすくなると期待される．文献 [9] ではモジュールに基づく展開図の性質を厳密に示していなかったが，本稿ではグラフ理論 [10] に基づく双対性を証明とともに示す．また，タイリングを活用する際にも帯の共有を保証するためのねじり折りの配置についても述べる．さらに，モジュールに基づく花紋スモッキングを施した服飾の制作についても報告する．

モジュールに基づく展開図を GeoGebra を用いて作図し，展開図から生成したパターンを用いて花紋スモッキングを施した服飾を制作して本稿のアプローチを検証した．モジュールを結合したユニットに並進や鏡映などの合同変換を適用することで，衣服全体に花紋スモッキングを施したワンピースなどの服飾を制作できた．

2 節で布の表面に模様を造形する花紋スモッキングを紹介し，3 節でねじり折りに対するモジュールに基づく花紋スモッキングの組合せを提案する．4 節で実制作を通じた検証を述べ，5 節でまとめと今後の展望を述べる．

## 2 花紋スモッキング

スモッキングとは，布を縫い縮めたギャザーを巻きこむように縫って「かがり」を入れたり，布のひだや折り目であるプリーツを浮彫り風にする手芸の技法である [11]．スモッキングには様々な種類があるが，本稿では布の表面に平坦な模様を造形するものを扱う [1, 6].

### 2.1 折り紙に基づく花紋スモッキングの表現

折り紙は折り線とその交点が指定された平坦な紙を造形するものである．折り線を辺，折り線の交点を頂点として，折り紙はグラフ理論における平面グラフとみなせる [10]．折り線の折り方には山折りと谷折りの 2 種類があり，折り紙の平面グラフは展開図と呼ばれる [12]．本稿では山折りを赤の実線，谷折りを青の破線で表す．

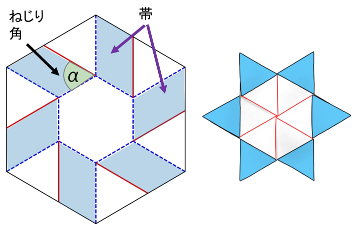


図 1　花紋折りの例（左：展開図，右：折った後の形状）

折り紙の展開図の例を図 1 の左に，展開図を折り線の山折り，谷折りに従って折った形状を図 1 の右に示す．折った後の中央の正多角形の模様は花弁の形状に似ているため，この折り紙は「花紋折り」と呼ばれる．本稿では，花紋折りのような模様を布の表面にスモッキングで造形するものを花紋スモッキングと呼ぶ [1, 6].

布の表面の模様となる花紋スモッキングを造形するため，以下では平坦折り可能な展開図を扱う．展開図で山折りと谷折りは対称なため，以下では花紋折りの展開図で中央の多角形を構成する折り線はすべて谷折りとする (図 1 参照)．また，展開図の多角形の頂点の次数はすべて 4 とする．このとき，前川定理 [12] や川崎定理 [13] などから，花紋折りの展開図で模様となる多角形の各辺から伸びる一対の山折り線と谷折り線は平行になる．本稿では中央の多角形から平行に伸びる一対の山折り線と谷折り線の領域を**帯** [14]，中央の多角形とすべての帯の山折り線との角を**ねじり角** [15]：$\alpha$ と呼ぶ．

### 2.2　花紋スモッキングの形状

折り紙の数理では任意の正多角形に対して花紋折りを造形できることが知られている [15]．昔から親しまれてきた花紋折りでは全ての帯が造形後に 1 点で交わるが，そうでないものは擬花紋折りと呼ばれる [1]．どちらも帯をねじるように折って造形するため，両者は**ねじり折り**とも呼ばれる [15].

また，正多角形に加えて，一般の多角形で花紋折りを実現するための条件も示されている [15]．特に，三角形に対しては花紋折りを実現するねじり角が閉形式で示されている [15, 1]．さらに，正多角形の貼り合わせにより造形する模様を多角形に拡張した場合に対しても，可能な正多角形の組合せや幾何的な性質が示されている [6].

### 2.3　花紋スモッキングの組合せ

ねじり折りを組合せた際，それぞれの多角形が布の表面に模様として造形されることを保証するために，著者らは折り線への山谷割当てが指定されたねじり折りの展開図を互いの帯を共有するように配置する問題として花紋スモッキングの組合せを捉える枠組みを提案した [1]．この枠組みのもとで，3 種類の正多角形と 1 つの三角形の花紋折りを用いた組合せのクラスを示し (図 2 参照)，回転に基づくデザイン例を報告した．図 2 は正多角形の頂点数 $\ell$，$m$，$n$ を定めると，組合せに用いる三角形の頂角 $A$ とそのねじり角 $\alpha$ が定まることを示す．

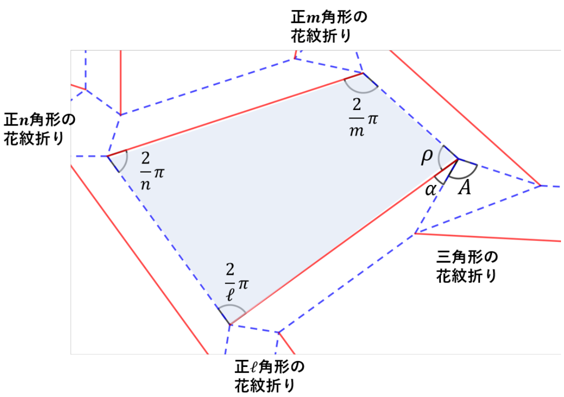


図 2　3 種類の正多角形と三角形の花紋折りの組合せ

また，展開図における帯の交差が平坦な模様の造形を妨げることに着目し，帯が交差する箇所にねじり折り (凸な多角形とその帯) を挿入することを繰り返して展開図を作成するプロセスを提案し，服飾に用いた例を報告した (図 3 参照)[6].

基本的な合同変換には回転，並進，鏡映があるが [8]，

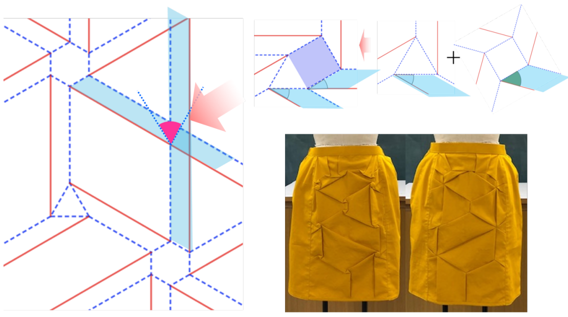


図 3　ねじり折りの挿入を用いた展開図と服飾の例

回転だけでは無限に拡がる敷き詰めはできない．また，ねじり折りの挿入は設計指針であり，平坦な模様の造形を妨げる帯の交差が常になくなるとは限らない．このため，スカートのように布の狭い範囲で花紋スモッキングを組合せた例を示したものの，制作可能なサイズが限られるという課題があった．

## 3　ねじり折りに対するモジュールに基づく花紋スモッキングの組合せ

本稿では展開図の単位としてねじり折りに対するモジュールを定義し，モジュールの結合に基づく花紋スモッキングの展開図とその幾何的な性質を示す．さらに，モジュールを結合したユニットのタイリングにより無限に拡がる展開図も可能となることを示す．

### 3.1　ねじり折りに対するモジュール

平坦な模様を造形できる花紋スモッキングの組合せの展開図を，逆に帯で分割することで，展開図で単位となる対象を考察する．折りを用いた造形で有名な Watering Fujimoto’s Garden[2, 16] の展開図を帯で分割した例を図 4 に示す．ボロノイ領域 [17] のように，模様となる多角形とその帯からなるねじり折りを含む領域 (図 4 で黒の一点鎖線で囲まれる領域) への分割が観察される．

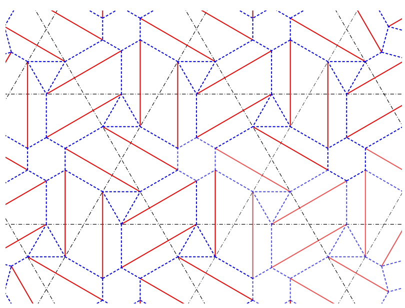

図 4　帯に基づいて分解した展開図の例

この考え方を一歩進めて，本稿ではねじり折りを含む領域を展開図の単位とみなした**モジュール**を定義する．平坦折り可能なねじり折りの多角形は凸に限られるため (文献 [6] の補題 1)，以下では凸な多角形とその帯からなるねじり折りを扱う．

**定義 1.** 凸な多角形とその帯を含み以下の条件を満たすものを，ねじり折りに対するモジュールと呼ぶ．
*i)* ねじり折りの帯とモジュールの辺は直交する．
*ii)* ねじり折りの多角形と相似である．

図 5 にモジュールの例を示す．模様として造形する多角形とその帯の形状を定めると，対応するモジュールの形状は定まる．図 5 では正多角形のねじり折りに加えて，正多角形を貼り合わせた多角形のねじり折り [6] に対するモジュールも示している．

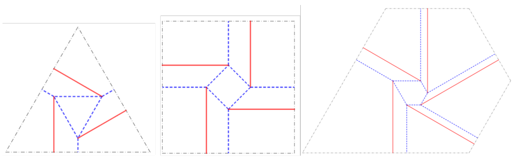

図 5　ねじり折りに対するモジュールの例

3.2 節で述べるモジュールの結合を通じて展開図を作成する際，隣接するモジュール間で平坦な模様の造形に必要な帯の共有を実現するために条件 i) を設定する．また，一般に条件 ii) だけではモジュールごとの大きさは定まらないが，帯の共有を通じてそれぞれの相似比が定まるため，造形する模様の形状と対応づけてモジュールの配置を考えられるように条件 ii) を設定する．

### 3.2　モジュールの結合に基づく展開図

モジュールの大きさは可変であり，また，内部のねじり折りを平行移動しても帯と辺の直交性（条件 i)）は保たれる．この性質に基づき，本稿ではねじり折りに対するモジュールの結合に基づく花紋スモッキングの組合せを提案する．モジュールを結合する際は，単体複体での貼り合わせ [17] と同様，まずモジュールを拡大・縮小して長さが等しい辺同士を平面上で貼り合わせる．次に，隣接するねじり折りでの帯の共有を実現するために，モジュール内のねじり折りを平行移動し，帯の巾を揃えるためにねじり折りを拡大・縮小して帯を接続する．

モジュールを結合した展開図の例を図 6 に示す．図 6 に示すように，ひとつのモジュールの形を固定すれば，それに貼り合わせたモジュールの形 (大きさと内部のねじり折りの相似比) は帯の共有を通じて一意に定まる．また，モジュール内のねじり折りの配置はそれぞれ 2 方向の自由度を持つが，帯を共有するたびに自由度は 1 つ減る．たとえば図 6 では 2 つのモジュールを結合し，1 つの帯が共有されるため帯を共有したねじり折りの配置の自由度は $2 \times 2 - 1 = 3$ となる．ただし，線形系の解空間の中から制約を満たす解を一意に定めることができない [18] ことと同様に，それぞれのねじり折りが対応するモジュールの内部にあるという制約のもとで帯を共有したねじり折りの配置を一意に定めることはできない．このため，モジュールを結合した後のねじり折りの配置を定めることは本稿では扱わないが，それぞれのねじり折りは対応するモジュールの内部にあるという制約を満たす展開図を扱う．

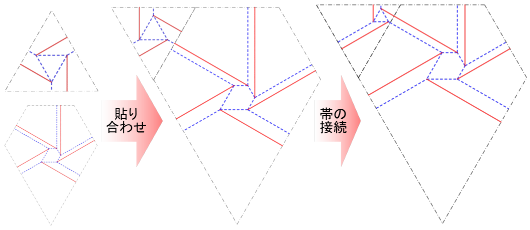


図 6　モジュールの結合に基づく展開図の例

折り紙の数理では，局所的な平坦性を満たす展開図でも大域的な平坦性が成り立つとは限らないことが知られている [12]．同様に，モジュールの結合に基づく花紋スモッキングの展開図では平坦な模様の造形に必要となる局所的な帯の共有は保証されるものの，展開図全体で平坦な模様を造形できるとは限らない．モジュールに基づく展開図の性質を示すために，本稿では，モジュールの辺と頂点からなるグラフを**モジュールグラフ**と定義する．また，展開図でねじり折りの多角形を点に，帯を辺に縮約したグラフを**縮約展開図**と定義する．このとき，モジュールの結合に基づく展開図に対し，モジュールグラフと縮約展開図には以下が成り立つ．

**定理 1.** 平坦な模様を造形できる花紋スモッキングの展開図では，モジュールグラフと縮約展開図は互いに双対グラフである．

定理 1 の略証を付録 A に示す．さらに，定理 1 を文献 [1] の定理 5 に用いることで，モジュールの結合に基づく展開図では以下が成り立つことが示される．

**系 1.** 平坦な模様を造形できる花紋スモッキングの展開図では，モジュールで囲まれる頂点の次数は偶数である．

系 1 の略証を付録 B に示す．たとえば図 7 左の展開図に正方形のねじり折りに対するモジュールを図 7 右のように結合すると，緑の点線で囲む頂点は 5 個のモジュールで囲まれるため，その次数は 5 となる．このため，モジュール内でねじり折りをどのように移動しても帯は共有できず，平坦な模様は造形できないことが系 1 からわかる．また，系 1 は，折り紙で 1 頂点平坦折り可能な展開図に対する偶数次数定理 [12] を定理 1 の双対性によりモジュールグラフに対応させたものと解釈することもできる．このように，定理 1 は布の表面に綺麗な模様を造形できる花紋スモッキングの展開図を双対性に基づいてモジュールグラフの観点から花紋スモッキングを組み合わせることに役立つと期待される．

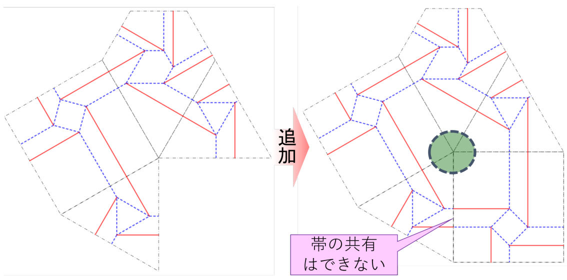


図 7　平坦折りできないモジュール結合の例

### 3.3　モジュールを結合したユニットのタイリング

図 8 左に示す展開図でモジュールで囲まれる中央の頂点の次数は 4 であり，この展開図のサイズに限定すれば平坦な模様を造形できる．しかし，その右側にある帯をさらに伸ばすと帯が交差するため (図 8 右上参照)，これより大きなサイズに対しては平坦な模様は造形できない．帯の交点にねじり折りを更に挿入することも可能ではあるが，帯の交差が常になくなるとは限らないため，制作できるサイズが限られるという課題があった [6]．

布の表面に綺麗な模様を造形できる展開図の作成は容易ではないが，展開図のような平面を同じ形で隙間なく敷き詰めることはタイリングと呼ばれる [15, 1]．ねじり折りに対するモジュールを活用する例として，モジュールを結合したユニットを平面を埋め尽くす単位であるタイルとみなし，合同変換の適用後も帯が共有されるようにモジュール内のねじり折りを配置してから合同変換を適用することで，無限に拡がる花紋スモッキングの展開図を捉える枠組みを示す．この枠組みでは，展開図の単位であるモジュール，モジュールを結合したタイル，タイルに合同変換を適用するレベルに分けて花紋スモッキングの展開図を捉える (図 9 参照)．図 8 右下にモジュールの結合に基づく展開図をタイルと見なした例を示す．

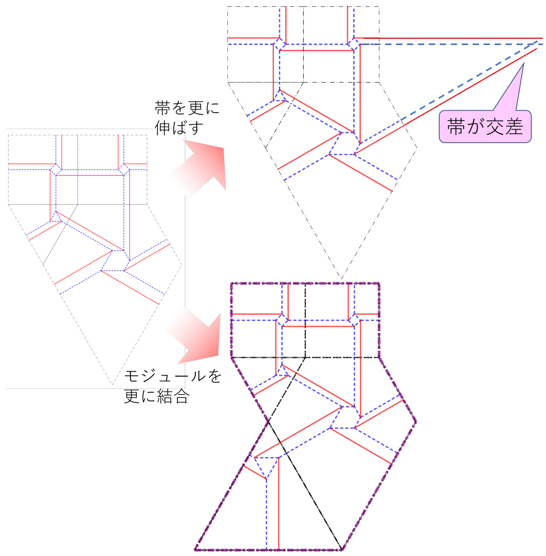


図 8　モジュールを結合したタイルの例

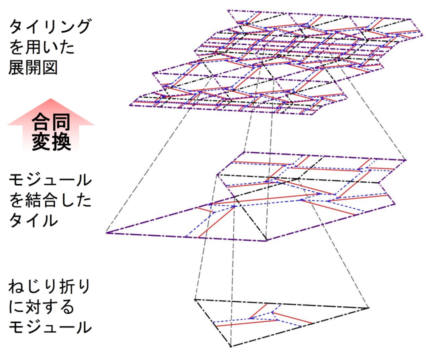


図 9　モジュールに基づいてタイリングを活用する枠組み

2 方向以上の平行移動を含む合同変換による平面の敷き詰めは対称性に基づいて 17 種類の壁紙群に分類され，それぞれの壁紙群の合同変換と敷き詰められる形状 (基本領域と呼ばれる) も知られている [8, 19]．しかし，エッシャーの絵のように基本領域の辺を変形した形状でも敷き詰めることができる場合もあり，変形の種類は知られているものの，変形したタイルの形状は一意には定められない [20]．

また，花紋スモッキングの組合せでは帯を共有する必要があるため，3.2 節で述べたモジュールを結合する際

の帯の共有に加えて，敷き詰めたタイル間でも帯が共有されるようにねじり折りを配置する必要がある．たとえば図 8 右下の展開図ではねじり折りの配置の自由度は 5 である*1．しかし，この自由度のもとでの任意の配置において，合同変換により隣接するモジュール間でも帯の共有が実現されるとは限らない．この課題に対処するため，モジュールを結合してタイルをつくる際には合同変換を適用した帯も描画し，結合するモジュール間での帯の共有に加えて，タイリングで接するモジュール同士でも帯が共有される位置にねじり折りを配置する．

周期性を持つ壁紙群の他にも，ペンローズ・タイルなどの準周期タイリングの研究も進められているが [19]，本稿では昔から服飾やテキスタイルの装飾に用いられてきた壁紙群を扱う [21]．壁紙群の種類やタイルの形状はデザインに応じて決めることになるが，図 9 に示した展開図の作成プロセスは以下となる．

(a). 壁紙群を選ぶ．
(b). (a). で選んだ壁紙群の基本領域に対し，その変形も含めてタイルの形状を定める．
(c). (b). で定めた形状に対し，以下を繰り返してモジュールを結合したタイルをつくる．
(c).1. 使用するモジュールを選ぶ．定義 1 より，模様として造形されるねじり折りの多角形はモジュールと相似となる．
(c).2. 系 1 に留意しながらモジュールを結合し，3.2 節の操作で帯を共有する．
(c).3. (a). で選んだ壁紙群の合同変換をねじり折りの帯に適用し，タイリング後でも帯が共有されるようにモジュール内のねじり折りを配置する．
(d). (a). で選んだ壁紙群の合同変換を (c). のタイルに適用して展開図を作成する．
(e). 展開図を確認し，意匠の観点からデザインを変更する場合には (b). や (a). に戻る．

なお，定義 1 の条件 i) から，鏡映したタイル間での帯の共有は保証される．上記に沿って作成した展開図の例を図 10 に示す．図 10 の展開図は鏡映と並進による壁紙群 pm[20] に対応する．帯の共有が保証される鏡映では必要ないが，並進で接するタイルの辺では帯を共有できるようにねじり折りを配置する必要がある．このた

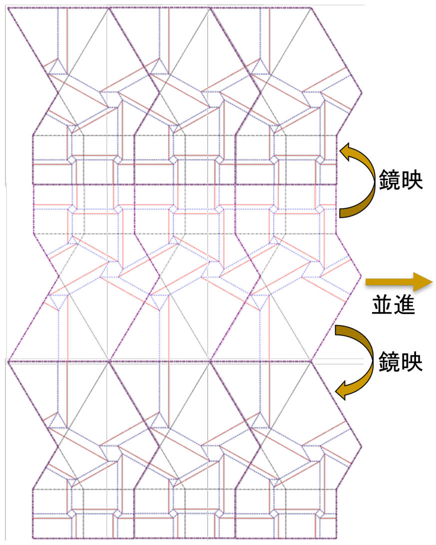


図 10　タイリングを用いた展開図の例 1

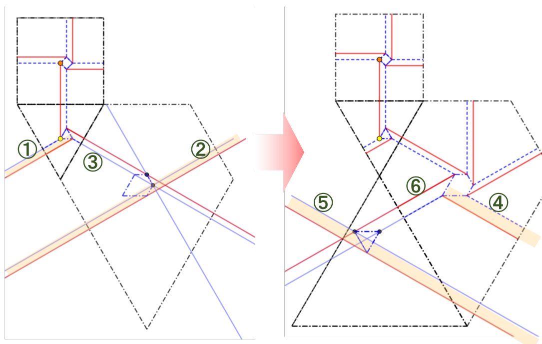


図 11　帯の共有を保証するためのねじり折り配置

め，図 11 左のように五角形のモジュールを結合した際には，ねじり折りの正三角形から伸びる帯 (図 11 左で橙で塗った帯①) に並進を適用した帯②を描画し，並進した帯と正三角形の別の帯③が交差する位置に五角形のねじり折りを配置して並進に対する帯の共有を実現した．また，図 11 右のように正三角形のモジュールを更に結合した際には，ねじり折りの五角形から伸びる帯 (図 11 右で橙で塗った帯④) に並進を適用した帯⑤を描画し，並進した帯と五角形から伸びる別の帯⑥が交差する位置に左下の正三角形のねじり折りを配置して並進に対する帯の共有を実現した．図 11 右に対して更に正方形のねじり折りに対するモジュールを結合し，図 10 で中央のタイル (図 8 右下の紫の一点鎖線で囲んだものに対応する) をつくった．鏡映と並進をこのタイルに繰り返し適用したものが図 10 の展開図である．

*1　5 つのモジュールが結合され，5 つの帯が共有されるため，$2 \times 5 - 5 = 5$．

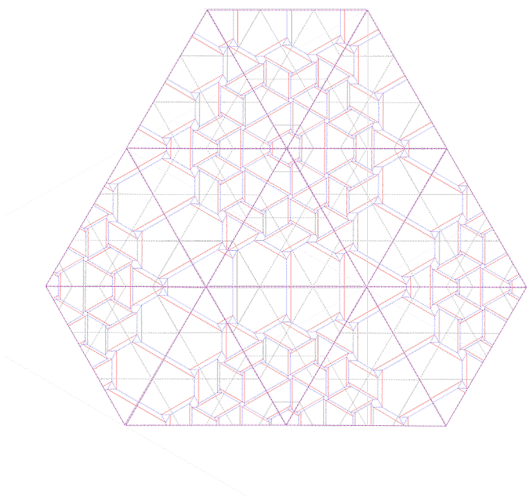

図 12 タイリングを用いた展開図の例 2

別の展開図の例を図 12 に示す．図 12 の展開図は壁紙群 p3m1 に対する展開図の例であり，p3m1 の合同変換は 120° 回転，鏡映，並進である [8]．前述のようにタイルの形状を一意に定めることは出来ないが，タイルの形状を正三角形とすれば，タイルの辺に鏡映をそれぞれ適用することで p3m1 と同じ敷き詰めを実現できる．このため，図 12 中央の正三角形のタイルを 3. でつくり，4. で合同変換を適用して展開図を作成した．

## 4 実制作を通じた検証

### 4.1 GeoGebra を用いた展開図とパターンの作図

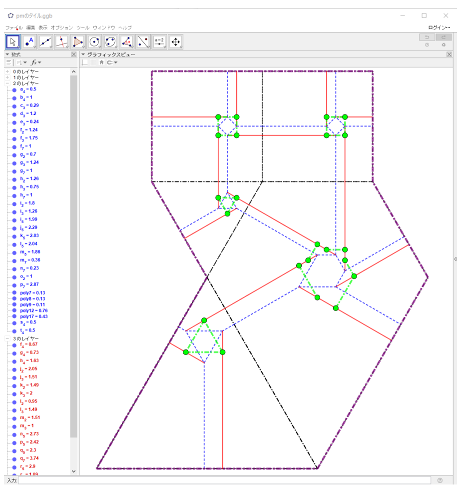

図 13 展開図とパターンを作図した画面

幾何オブジェクトを操作できる GeoGebra [22] を用いて花紋スモッキングの展開図とパターンを作図した画面を図 13 に示す．赤の実線は展開図の山折り線，青の破線は谷折り線を表す．また，黒の一点鎖線はモジュールの辺，紫の太い一点鎖線はモジュールを組み合わせたタイルの辺を表す．図 13 は 3.3 節で述べた手順で壁紙群 pm に対する展開図を作図した画面であり，モジュールには文献 [1, 6] のねじり折り[*2] に対するモジュールを用いた．展開図を作図した後に，花紋スモッキングの制作に用いるパターン（図 13 で緑の点）を文献 [1] の手順に従って展開図から生成した．

### 4.2 花紋スモッキングを施した服飾の制作

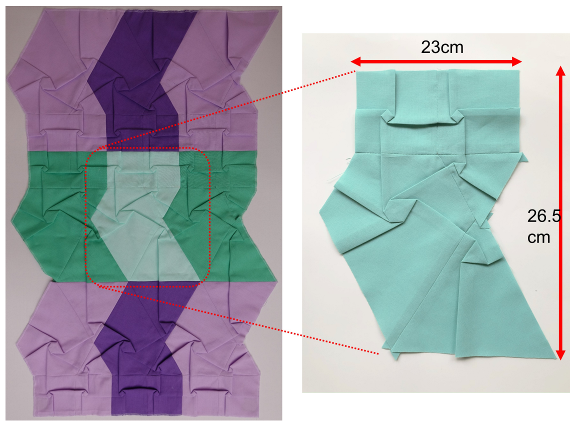


図 14 花紋スモッキングを施した装飾の例

花紋スモッキングを施した服飾の実制作を通じて本稿のアプローチを検証した．図 14 は室内装飾に使われるタペストリーに相当するものであり，同じ色の箇所がモジュールを結合したタイルに対応する．また，図 3 のスカートなどよりも広範囲の布が必要なワンピースに花紋スモッキングを施したものを図 15 に示す．制作した服飾の模様と展開図の対応を図 16 に示す．図 16 で黄緑の線で囲んだ領域が図 13 で作図したタイルに対応し，タイル内の 5 つの模様を一点破線で囲んで通し番号をつけている．図 3 のように衣服のアクセントとなる部分だけに限ることなく，衣服全体に花紋スモッキングを施したワンピースを制作できた．

花紋スモッキングを施した服飾を制作する際は，展開図から生成したパターン (図 13 の緑の点) に従ってそれぞれの模様を造形した．モジュールは制作時の部品にも対応するため，まず市販の布をモジュールごとに裁断し，

*2 正多角形，一般の三角形，正多角形を貼り合わせた多角形，の 3 タイプのねじり折り．

図 15　服飾への応用例（左：前面，右：背面）

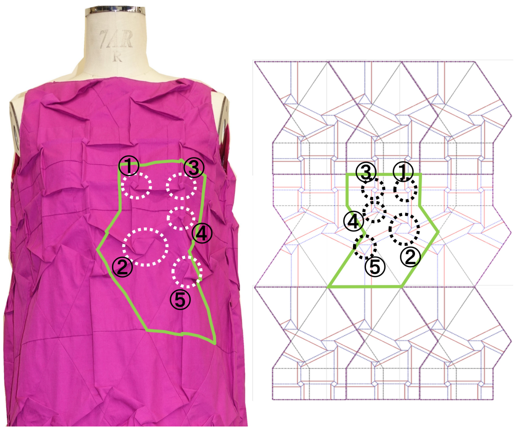


図 16　花紋スモッキングを施した服飾と展開図

裁断した布にモジュールに対するパターンを転写した．次に，モジュール同士をパッチワークのように縫合し，制作に必要なサイズを覆うパターン付きの布を造った．このため，縫合に必要な縫い代も考慮して布を裁断した．最後に，転写したパターンの縫い絞りで造るプリーツを平坦にして，モジュールごとの模様を制作した．

### 4.3　考察

花紋スモッキングの展開図の単位となるねじり折りに対するモジュールを定義し，モジュールの結合に基づいて花紋スモッキングを組み合わせることを提案した．さらに，モジュールを結合したものを合同変換を適用する単位と見なしてタイリングを活用することで，これまで難しかった無限の敷き詰めに対応する花紋スモッキングの組合せも可能となった．タイリングに基づく展開図は文献 [3, 4] でも扱われているが，展開図の多角形は必ずしも造形後に現れるとは限らず，造形される模様はタイルと相似な多角形に限られる．他方，本稿のアプローチではモジュールを結合した展開図をタイルとするため，展開図における多角形はタイルに相似な形状に限られることはなく，これらの多角形は模様として造形されることが保証される．

本稿で提案するねじり折りに対するモジュールを用いることで無限に広がる花紋スモッキングの作成が可能な枠組みを示したが，この枠組みで可能なデザインの多様性を明らかにすることは今後の課題である．また，実用性の観点からは服飾等で定評のある模様と類似したものを再現できることを示すことは重要であるが，今後の課題として残されている．

## 5　まとめ

本稿では展開図の単位としてねじり折りに対するモジュールを定義し，モジュールの結合を通じた花紋スモッキングの組合せを提案した．平坦な模様の造形に必要な帯の共有を，モジュールの貼り合わせと帯の接続に基づくモジュールの結合で実現するとともに，モジュールを結合した展開図の幾何的な性質を示した．さらに，合同変換を適用した後でも帯が共有されるようにモジュール内のねじり折りを配置することで，無限に拡がる花紋スモッキングも可能となることを示した．

モジュールに基づく展開図を GeoGebra を用いて作図し，花紋スモッキングを施した服飾を制作して本稿のアプローチを検証した．モジュールを単位として花紋スモッキングの組合せを捉えることで，衣服全体に花紋スモッキングを施したワンピースなどを制作できた．壁紙群やタイリングには様々なものが知られているため，今後は他の種類も用いて服飾として魅力的な花紋スモッキングの作成支援に取り組んでいきたい．

**謝辞**

本研究の一部は文部科学省科研費 (No.21K12542) の補助による．有益なご指摘を賜りました査読者の方々に深く謝意を表します．

## 参考文献


[1] 吉田哲也, 藤崎千晶. 花紋折りに基づくスモッキングのパターン作成と組み合わせのデザイン. 芸術科学会論文誌, Vol. 19, No. 2, pp. 9–24, 2020.

[2] Eric Gjerde. *ORIGAMI TESSELLATIONS*. CRC Press, 2009.

[3] Alex Bateman. Computer tools and algorithms for origami tessellation design. In *Origami 3: the 3rd International Meeting of OSME*, pp. 121–127. CRC Press, 2002.

[4] Robert J. Lang and Alex Bateman. Every spider web has a simple flat twist tessellation. In *Origami 5: the 5th International Meeting of OSME*, pp. 455–473. CRC Press, 2011.

[5] Tess. `http://www.papermosaics.co.uk/software.html` (参照 2022/3/9).

[6] 尋田美彩, 吉田哲也. 正多角形の貼り合わせを用いた花紋スモッキングの組み合わせの拡張. 芸術科学会論文誌, Vol. 19, No. 4, pp. 40–48, 2020.

[7] Branko Grünbaum and G.C. Shephard. *Tilings and Patterns*. Dover Books on Mathematics, 2016.

[8] 川崎徹郎. 文様の幾何学. 牧野書店, 2014.

[9] 尋田美彩, 吉田哲也. 花紋スモッキングの展開図に対するモジュール. NICOGRAPH2021, フルペーパー, F-12, 2021.

[10] Reinhard Diestel. *Graph Theory*. Springer, 2006.

[11] 浪間幸井. 文化ファッション大系 服飾関連専門講座 8 手芸文化服装学院編. 文化出版局, 2004.

[12] トーマス・ハル. ドクターハルの折り紙数学教室. 日本評論社, 2015.

[13] 川崎敏和. 平坦折り紙の山折り線と谷折り線の関係. 佐世保工業高等専門学校研究報告, Vol. 27, pp. 55–79, 1990.

[14] 川崎英文. 平坦折り紙の山折り線と谷折り線の関係. 数理解析研究所講究録, Vol. 2044, pp. 193–198, 2017.

[15] Robert J. Lang. *Twists, Tilings, and Tessellations*. A K Peters/CRC Press, 2017.

[16] Jeffy Rutzky and Chris K. Palmer. *SHADOWFOLDS*. Kodansha America, 2011.

[17] 平岡裕章. タンパク質構造とトポロジー. 共立出版, 2013.

[18] David A. Harville. *Matrix Algebra From a Statistican's Perspective*. Splinger, 2008.

[19] 新井仁之. 結晶群. 共立出版, 2015.

[20] 杉原厚吉. エッシャー・マジック. 東京大学出版会, 2011.

[21] 藤田伸. 装飾パターンの法則. 三元社, 2015.

[22] Geogebra. `https://www.geogebra.org/` (参照 2022/3/9).


**吉田 哲也**

1991 年東京大学工学部航空工学科卒業．1997 年東京大学大学院博士課程修了．工学博士．同年大阪大学大学院基礎工学研究科助手．2001 年大阪大学産業科学研究所助手．2004 年北海道大学大学院情報科学研究科助教授．2014 年奈良女子大学研究院教授．主に機械学習，データマイニング等に興味を持つ．人工知能学会，情報処理学会，芸術科学会，建築学会会員．

**尋田美彩**

2020 年奈良女子大学生活環境学部卒業．現在，奈良女子大学大学院生活工学共同専攻博士前期課程在学．被服の定式化とデザイン支援に興味を持つ．

## 付録 A　定理 1 の証明

**証明.** モジュールはねじり折りの多角形と相似であり，ねじり折りの多角形の各辺から伸びる帯はモジュールのひとつの辺と垂直に交わる．このため，ねじり折りの帯とモジュールの辺は 1 対 1 に対応する．さらに，ねじり折りの帯は縮約グラフの辺に対応するため，縮約グラフの辺とモジュールの辺は 1 対 1 に対応する．

また，長さの等しい辺でモジュールを張り合わせるため，モジュールの辺に新しい頂点が追加されることはない．さらに，ねじり折りの多角形で囲まれる領域にはモジュールの頂点は一つしか存在しない．前者の領域は縮約展開図の面に対応するため，縮約展開図の面とモジュールグラフの頂点は 1 対 1 に対応する．

折り紙の展開図は平面グラフであるため，縮約展開図も平面グラフである．同様に，モジュールを平面上で張り合わせるため，モジュールグラフも平面グラフである．平面グラフ間で辺の 1 対 1 対応と頂点と面の 1 対 1 対応が成り立つため，両者は互いに双対グラフであり [10]，定理 1 が成り立つ． □

## 付録 B　系 1 の証明

**証明.** 文献 [1] の定理 5 より，平坦折り可能な展開図にねじり折りに囲まれた領域がある場合，領域を構成するねじり折りの個数は偶数となる．このため，この領域に対応する縮約展開図の面を構成する辺の数も偶数となる．定理 1 より，この面をモジュールグラフの頂点と対応づけることができる．さらに，上記の面を構成する辺とモジュールグラフの頂点に接続する辺は 1 対 1 に対応する．このため，この頂点の次数は偶数となり，系 1 が成り立つ． □